Aula 6 - Indução Matemática

Tutoria de BCC101 - Matemática Discreta I

Departamento de Computação. Universidade Federal de Ouro Preto.

1. Resolva os seguintes somatórios:

   (a) $\sum_{i=0}^{4} i^2$

   (b) $\sum_{i=1}^{4} 2^i$

2. Sejam c, k, n constantes e $f(i)$ uma função qualquer. Determine se as seguintes afirmações são verdadeiras ou falsas.

   (a) $\sum_{i=k}^{n} f(i) + c = \sum_{i=k}^{n} (f(i) + c)$

   (b) $\sum_{i=k}^{n} f(i) * c = \sum_{i=k}^{n} (f(i) * c)$

3. Prove as seguintes afirmativas por indução. Utilize a indução fraca sempre que possível. A função F é a função de Fibonacci, definida como:

$$\begin{aligned} F_0 &= 0 \\ F_1 &= 1 \\ F_n &= F_{n-1} + F_{n-2}, \forall n \geq 2 \end{aligned}$$

   Observação: Cada professor pode possuir uma opinião diferente em relação ao primeiro natural ser 0 ou 1. Considere $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$, mas atente-se ao domínio de cada item.

   (a) para todo $n \in \mathbb{N}$, $\sum_{i=0}^{n} 3^i = \frac{3^{n+1} - 1}{2}$

   (b) para todo $n \in \mathbb{N}$, $\sum_{i=0}^{n} i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

   (c) para todo $n \geq 1$, $5 | (n^5 - n)$

   (d) para todo $n \geq 3$, $n^2 \geq 2n + 3$

   (e) para todo $n \geq 1$, $7 | (2^{3n} - 1)$

(f) para todo $n \in \mathbb{N}$, $\sum_{i=0}^{n} F_i = F_{n+2} - 1$

(g) para todo $n \in \mathbb{N}$, $\sum_{i=0}^{n} F_{2i+1} = F_{2n+2}$

(h) para todo $n \in \mathbb{N}$, $F_n < 2^n$