

Lista Dedução Natural para a Lógica Clássica Proposicional

*adaptação de material cedido gentilmente pelo professor João Marcos do DIMAP/UFRN (2016)

Desenvolva demonstrações no sistema de Dedução Natural para os seguintes sequentes:

1. $\vdash (A \rightarrow A)$
2. $\vdash (A \rightarrow (B \rightarrow A))$
3. $(A \rightarrow B), (B \rightarrow C) \vdash (A \rightarrow C)$
4. $(A \rightarrow (B \rightarrow C)), (A \rightarrow B) \vdash (A \rightarrow C)$
5. $((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)) \vdash (A \rightarrow (B \rightarrow C))$
6. $(A \rightarrow (A \rightarrow B)) \vdash (A \rightarrow B)$
7. $(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \vdash (B \rightarrow (A \rightarrow C))$
8. $(A \rightarrow (B \rightarrow (C \rightarrow D))) \vdash (C \rightarrow (B \rightarrow (A \rightarrow D)))$
9. $((A \rightarrow B) \rightarrow C) \vdash (A \rightarrow (B \rightarrow C))$
10. $\vdash (A \rightarrow B) \rightarrow A \rightarrow (B \rightarrow C) \rightarrow C$
11. $\vdash (A \rightarrow B \rightarrow C) \rightarrow A \rightarrow (A \rightarrow B) \rightarrow C$
12. $\vdash ((A \rightarrow B) \rightarrow B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow B) \rightarrow A \rightarrow C$
13. $(A \rightarrow B) \rightarrow A \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow D) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow C) \rightarrow D$
14. $(A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D) \rightarrow A \rightarrow ((A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D) \rightarrow B) \rightarrow ((A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D) \rightarrow C) \rightarrow D$
15. $A \vdash (A \wedge A)$
16. $(A \wedge B) \vdash (B \wedge A)$
17. $(A \wedge (B \wedge C)) \vdash ((A \wedge B) \wedge C)$
18. $(A \rightarrow C) \vdash ((A \wedge B) \rightarrow C)$
19. $(A \rightarrow B) \vdash ((C \wedge A) \rightarrow (B \wedge C))$
20. $(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \vdash ((A \wedge B) \rightarrow C)$
21. $((A \wedge B) \rightarrow C) \vdash (A \rightarrow (B \rightarrow C))$
22. $((A \rightarrow B) \rightarrow C) \vdash ((A \wedge B) \rightarrow C)$
23. $(A \wedge (B \rightarrow C)) \vdash ((A \rightarrow B) \rightarrow C)$
24. $((A \rightarrow B) \wedge (A \rightarrow C)) \vdash (A \rightarrow (B \wedge C))$
25. $(A \rightarrow (B \wedge C)) \vdash ((A \rightarrow B) \wedge (A \rightarrow C))$
26. $(A \vee A) \vdash A$
27. $(A \vee B) \vdash (B \vee A)$

28. $(A \vee (B \vee C)) \vdash ((A \vee B) \vee C)$
29. $((A \vee B) \vee C) \vdash (A \vee (B \vee C))$
30. $(C \vee (A \vee B)) \vdash ((B \vee (A \vee C)) \vee A)$
31. $((B \vee (A \vee C)) \vee A) \vdash (C \vee (A \vee B))$
32. $(A \rightarrow B) \vdash (A \rightarrow (B \vee C))$
33. $((A \vee B) \rightarrow C) \vdash (A \rightarrow C)$
34. $(A \vee B), (A \rightarrow C), (B \rightarrow D) \vdash (C \vee D)$
35. $(A \rightarrow C), (B \rightarrow C) \vdash ((A \vee B) \rightarrow C)$
36. $(A \rightarrow B) \vdash ((C \vee A) \rightarrow (B \vee C))$
37. $(A \wedge (B \vee C)) \vdash ((A \wedge B) \vee (A \wedge C))$
38. $((A \wedge B) \vee (A \wedge C)) \vdash (A \wedge (B \vee C))$
39. $(A \vee (B \wedge C)) \vdash ((A \vee B) \wedge (A \vee C))$
40. $((A \vee B) \wedge (A \vee C)) \vdash (A \vee (B \wedge C))$
41. $(A \wedge B) \vdash (A \vee B)$
42. $(A \wedge B) \vdash (A \rightarrow B)$
43. $A \vdash (A \wedge (A \vee B))$
44. $(A \vee (A \wedge B)) \vdash A$
45. $\vdash (A \vee \text{true})$
46. $(A \wedge \text{false}) \vdash B$
47. $\neg A \vdash (A \rightarrow \text{false})$
48. $(A \rightarrow \text{false}) \vdash \neg A$
49. $A \vdash \neg\neg A$
50. $\neg\neg\neg A \vdash \neg A$
51. $\neg\neg A \vdash A$
52. $A, \neg A \vdash B$
53. $\neg(A \wedge \neg A)$
54. $(A \rightarrow B), (A \rightarrow \neg B) \vdash \neg A$
55. $(\neg\neg A \rightarrow B), (\neg\neg A \rightarrow \neg B) \vdash \neg A$
56. $(\neg A \rightarrow B), (\neg A \rightarrow \neg B) \vdash A$
57. $\vdash (A \vee \neg A)$
58. $(A \rightarrow B), (\neg A \rightarrow B) \vdash B$
59. $\vdash ((A \rightarrow \neg A) \rightarrow \neg A)$
60. $\vdash ((\neg A \rightarrow A) \rightarrow A)$

61. $(A \rightarrow B), \neg B \vdash \neg A$
62. $(A \rightarrow \neg B), B \vdash \neg A$
63. $(\neg A \rightarrow B), \neg B \vdash A$
64. $(\neg A \rightarrow \neg B), B \vdash A$
65. $\neg(A \wedge B), A \vdash \neg B$
66. $\neg(A \wedge B), B \vdash \neg A$
67. $\neg(A \wedge \neg B), A \vdash B$
68. $\neg(\neg A \wedge B), B \vdash A$
69. $\neg(A \wedge B \wedge C), B \vdash \neg(A \wedge C)$
70. $\neg(A \wedge E \wedge B), \neg(C \wedge \neg E \wedge D) \vdash \neg(A \wedge B \wedge C \wedge D)$
71. $(A \vee B), \neg A \vdash B$
72. $(\neg A \vee B), A \vdash B$
73. $(A \vee B), \neg B \vdash A$
74. $(A \vee \neg B), B \vdash A$
75. $A \vee E \vee B, C \vee \neg E \vee D \vdash A \vee B \vee C \vee D$
76. $\neg A \vdash \neg(A \wedge B)$
77. $\neg B \vdash \neg(A \wedge B)$
78. $A \vdash \neg(\neg A \wedge B)$
79. $B \vdash \neg(A \wedge \neg B)$
80. $\neg(A \vee B) \vdash \neg A$
81. $\neg(A \vee B) \vdash \neg B$
82. $\neg(\neg A \vee B) \vdash A$
83. $\neg(A \vee \neg B) \vdash B$
84. $(A \rightarrow B) \vdash (\neg A \vee B)$
85. $(\neg A \rightarrow B) \vdash (A \vee B)$
86. $(A \rightarrow B) \vdash \neg(A \wedge \neg B)$
87. $(A \rightarrow \neg B) \vdash \neg(A \wedge B)$
88. $A, \neg B \vdash \neg(A \rightarrow B)$
89. $\neg(A \rightarrow B) \vdash A$
90. $\neg(A \rightarrow B) \vdash \neg B$
91. $\neg(A \rightarrow \neg B) \vdash B$
92. $(\neg A \wedge \neg B) \vdash \neg(A \vee B)$
93. $\neg(A \vee B) \vdash (\neg A \wedge \neg B)$

94. $(A \vee B) \vdash \neg(\neg A \wedge \neg B)$
95. $\neg(\neg A \wedge \neg B) \vdash (A \vee B)$
96. $(A \wedge B) \vdash \neg(\neg A \vee \neg B)$
97. $\neg(\neg A \vee \neg B) \vdash (A \wedge B)$
98. $(\neg A \vee \neg B) \vdash \neg(A \wedge B)$
99. $\neg(A \wedge B) \vdash (\neg A \vee \neg B)$
100. $\neg(\neg A \wedge B \wedge \neg C), B \vdash (A \vee C)$